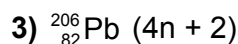
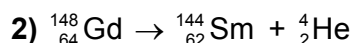
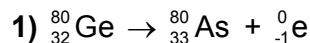


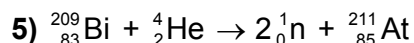
Решения задач на радиоактивность

из заданий международных олимпиад 1994 – 2002 годов.

ICHO 1994 Задача 43. (из сборника подготовительных задач)

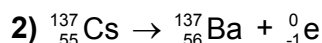


4) $n_{\beta} = \frac{1}{2} \cdot (238 - 206) + (82 - 92) = 6$; 6 β -распадов.



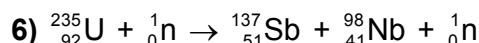
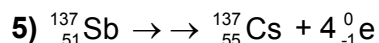
ICHO 1994 Задача 44. (из сборника подготовительных задач)

1) $t = -\frac{T_{1/2}}{\ln 2} \cdot \ln \frac{100\% - 10\%}{100\%} = -\frac{30 \text{ лет}}{0,6391} \cdot \ln 0,90 = 4,56 \text{ лет}$



3) Это значит, что ядра ${}^{137}\text{Cs}$ находятся в долгоживущем возбужденном состоянии.

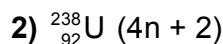
4) При расщеплении ${}^{235}\text{U}$ высвобождается ядерная энергия; осколки деления β -радиоактивны и могут испускать нейтроны, поэтому данная реакция является цепной и ее можно использовать для получения ядерной энергии в ядерных реакторах.



ICHO 1994 Задача 45. (из сборника подготовительных задач)

1) $a({}^{238}\text{U}) = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot n \cdot N_A = \frac{0,6931 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{4,5 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}} \cdot \frac{3 \cdot 1,0 \text{ г} \cdot 0,9928}{842 \text{ г/моль}} = 10401 \text{ Бк}$

$a({}^{235}\text{U}) = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot n \cdot N_A = \frac{0,6931 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{7,1 \cdot 10^8 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}} \cdot \frac{3 \cdot 1,0 \text{ г} \cdot 0,0072}{842 \text{ г/моль}} = 478 \text{ Бк}$



3) Наступило вековое равновесие.

ICHO 1994 Задача 46. (из сборника подготовительных задач)

$a = a_0 \cdot e^{-\lambda t} = 3,0 \cdot 10^6 \text{ Бк} \cdot e^{-0,006931 \cdot 30} = 2,44 \cdot 10^6 \text{ Бк}$

$V = V_{\text{пробы}} \cdot \frac{a}{a_{\text{пробы}}} = 1,0 \text{ мл} \cdot \frac{2,44 \cdot 10^6 \text{ Бк}}{400 \text{ Бк}} = 6100 \text{ мл} \approx 6,1 \text{ л}$

IChO 1994 Задача 8.

Часть 1. Изотопы урана.

1) 8α -и 6β -распадов.

2) ${}^{234}_{92}\text{U}$ ($4n + 2$)

3) ${}^{97}_{40}\text{Zr}$

$$4) \frac{a({}^{238}\text{U})}{a({}^{235}\text{U})} = \frac{T_{1/2}({}^{235}\text{U})}{T_{1/2}({}^{238}\text{U})} \cdot \frac{n({}^{238}\text{U})}{n({}^{235}\text{U})} = \frac{7,1 \cdot 10^8}{4,5 \cdot 10^9} \cdot \frac{0,9928}{0,0072} = 21,8$$

$$5) a({}^{238}\text{U}) = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot n \cdot N_A = \frac{0,6931 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{4,5 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}} \cdot \frac{1000 \text{ г} \cdot 0,50}{238 \text{ г/моль}} = 6,18 \cdot 10^6 \text{ Бк}$$

Часть 2. Закон радиоактивного распада.

6) Радиоактивность обусловлена распадом ${}^{97}\text{Ru}$, активность ${}^{97}\text{Tc}$ пренебрежительно мала:

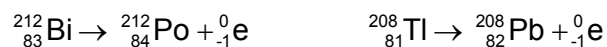
$$a = a_0 \cdot e^{-\lambda t} = 1,0 \cdot 10^9 \text{ Бк} \cdot e^{-\ln 2 \cdot (6,0/2,7)} = 2,1 \cdot 10^8 \text{ Бк}$$

7) Радиоактивность обусловлена распадом ${}^{97}\text{Tc}$, ${}^{97}\text{Ru}$ полностью распадается менее чем за год:

$$a = \frac{\lambda({}^{97}\text{Tc})}{\lambda({}^{97}\text{Ru})} \cdot a_0 \cdot e^{-\lambda t} = \frac{2,7 \text{ дня}}{2,6 \cdot 10^6 \cdot 365 \text{ дня}} \cdot 1,0 \cdot 10^9 \text{ Бк} \cdot e^{-\ln 2 \cdot (6000/(2,6 \cdot 10^6))} = 2,8 \text{ Бк}$$

IChO 1996 Задача 44. (из сборника подготовительных задач)

1) 5α - и 3β -частицы.



3) В природном тории наблюдается вековое равновесие, это значит, что активность тория-232 равна активности любого из членов семейства. Так, массу радия-228 можно выразить через массу тория-232:

$$N({}^{228}\text{Ra}) \cdot \lambda({}^{228}\text{Ra}) = N({}^{232}\text{Th}) \cdot \lambda({}^{232}\text{Th}) \Rightarrow m({}^{228}\text{Ra}) = \frac{\lambda({}^{232}\text{Th})}{\lambda({}^{228}\text{Ra})} \cdot \frac{m({}^{232}\text{Th})}{M({}^{232}\text{Th})} \cdot M({}^{228}\text{Ra})$$

так как $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$,

$$m({}^{228}\text{Ra}) = \frac{T_{1/2}({}^{228}\text{Ra})}{T_{1/2}({}^{232}\text{Th})} \cdot \frac{m({}^{232}\text{Th})}{M({}^{232}\text{Th})} \cdot M({}^{228}\text{Ra}) = \frac{5,76 \text{ лет}}{1,40 \cdot 10^{10} \text{ лет}} \cdot \frac{228 \text{ г/моль} \cdot 1,000 \text{ г}}{232 \text{ г/моль}} = 4,04 \cdot 10^{-10} \text{ г}$$

4) Поскольку Ra-228 является наиболее устойчивым нуклидом в ториевом семействе, мы можем пренебречь периодами полураспадов всех остальных нуклидов и допустить, что Th-232 сразу превращается в изотоп свинца. Тогда количество атомов свинца можно принять равным разности:

$$N({}^{208}\text{Pb}) = N_0({}^{232}\text{Th}) - N({}^{232}\text{Th}) = \frac{N({}^{232}\text{Th})}{e^{-\lambda({}^{232}\text{Th})t}} - N({}^{232}\text{Th}) = N({}^{232}\text{Th})(e^{\lambda({}^{232}\text{Th})t} - 1)$$

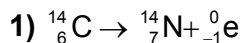
откуда

$$\frac{N({}^{208}\text{Pb})}{N({}^{232}\text{Th})} = e^{\lambda({}^{232}\text{Th})t} - 1 \Rightarrow e^{\lambda({}^{232}\text{Th})t} = \frac{N({}^{208}\text{Pb})}{N({}^{232}\text{Th})} + 1$$

$$t = \frac{1}{\lambda(^{232}\text{Th})} \cdot \ln\left(\frac{N(^{208}\text{Pb})}{N(^{232}\text{Th})} + 1\right) = \frac{T(^{232}\text{Th})}{\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{m(^{208}\text{Pb})}{m(^{232}\text{Th})} \cdot \frac{M(^{232}\text{Th})}{M(^{208}\text{Pb})} \cdot \frac{N_A}{N_A} + 1\right)$$

$$t = \frac{1,40 \cdot 10^{10} \text{ лет}}{\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{0,0565 \text{ г}}{1,00 \text{ г}} \cdot \frac{232 \text{ г/моль}}{208 \text{ г/моль}} + 1\right) = 1,23 \cdot 10^9 \text{ лет}$$

ИChO 1996 Задача 49. (из сборника подготовительных задач)



2) Время затраченное на эксперимент пренебрежительно мало по сравнению с периодом полураспада ^{14}C , поэтому скорость распада можно считать постоянной. Поскольку в течении 5 минут распалось 2000 ядер, то в течении 30 минут – $2000 \cdot 6 = 12000$ ядер ^{14}C .

3) Обычно такие задания решаются с использованием формулы $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$. Однако, в данном случае, поскольку константа распада очень мала ($\lambda = \ln 2 / T_{1/2} = 2,30 \cdot 10^{-10} \text{ мин}^{-1}$), то пользоваться производной формулой для нахождения N_0 не целесообразно, хотя возможно:

$$N_{30} - N_{35} = N_0 \cdot (e^{-\lambda \cdot 30} - e^{-\lambda \cdot 35}) = 2000 \Rightarrow N_0 = 1,74 \cdot 10^{12}$$

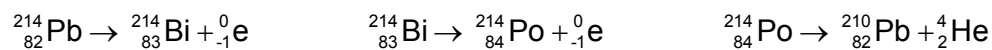
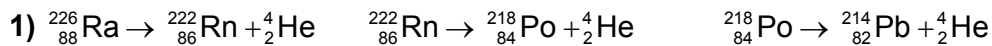
Гораздо проще рассчитать скорость распада ^{14}C , а за тем по скорости распада вычислить начальное число атомов в образце. Скорость распада равна $2000/5 \text{ мин} = 400 \text{ расп./мин.}$:

$$N_0 = a/\lambda = a \cdot T_{1/2} / \ln 2 = 400 \text{ мин}^{-1} \cdot 5730 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \text{ мин} \cdot 1,44 = 1,74 \cdot 10^{12}$$

Так как образец содержал 0,010 моль метана, то мольная доля радиоактивного метана равна:

$$\omega(^{14}\text{CH}_4) = (1,74 \cdot 10^{12} / 6,02 \cdot 10^{21}) \cdot 100\% = 2,89 \cdot 10^{-8}\%$$

ИChO 1996 Задача 3.



2) а) 4 атома; б) $N(\text{He}) = 4 \cdot x \cdot m \cdot t = 4 \cdot 3,42 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1} \cdot \text{г}^{-1} \cdot 0,192 \text{ г} \cdot 83,0 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с} = 1,88 \cdot 10^{17}$ атомов.

3) Число Авогадро – это число частиц в 1 моль: $N_A = N(\text{He})/n(\text{He})$, где $N(\text{He})$ – число атомов гелия, а $n(\text{He})$ – число моль гелия, образовавшегося за время t . Если предположить, что все атомы радона распались за время опыта (это предположение следует из того, что периодом полураспада радона можно пренебречь по сравнению с 83 сут.), тогда получим, что за время t число излучаемых атомов гелия будет:

$$N_A = 4 \cdot x \cdot m \cdot t / n(\text{He}) = 1,88 \cdot 10^{17} \text{ атомов} \cdot 22,4 \text{ дм}^3 \cdot \text{моль}^{-1} / (6,58 \cdot 10^{-6} \text{ дм}^3) = 6,40 \cdot 10^{23} \text{ атомов} \cdot \text{моль}^{-1}$$

4) График 3. Число атомов радона достигает квазистационарного состояния, которое иногда называется радиоактивным равновесием.

5) График 2. Вначале гелий образуется только из α -частиц, излучаемых радием, но в конце опыта α -частицы излучаются как радием, так и продуктами распада, которых в 4 раза больше, чем радия.

6) $k = \lambda = \ln 2 / T_{1/2}$

7) Часть атомов радона достигает квазистационарного состояния, при котором скорость образования равна скорости распада: $k_2 \cdot N'_{\text{Rn}} = k_1 \cdot N_{\text{Ra}}$

8) Скорость распада радия равна: $k_1 \cdot N_{\text{Ra}} = x \cdot m$, следовательно:

$$N'_{Rn} = \frac{x \cdot m}{k_2} = \frac{x \cdot m \cdot T_{1/2}(Rn)}{\ln 2} = \frac{3,42 \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1} \cdot \text{r}^{-1} \cdot 0,192 \text{ r} \cdot 3,83 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ c}}{0,6931} = 3,13 \cdot 10^{15} \text{ атомов}$$

9) $3N'_{Rn}$

10) а) более точное значение числа атомов гелия:

$$N(\text{He}) = 4 \cdot x \cdot m \cdot t - 3N'_{Rn} = 1,88 \cdot 10^{17} - 3 \cdot 3,13 \cdot 10^{15} = 1,79 \cdot 10^{17} \text{ атомов}$$

б) более точное значение числа Авогадро:

$$N_A = N(\text{He}) / n(\text{He}) = 1,79 \cdot 10^{17} \text{ атомов} \cdot 22,4 \text{ дм}^3 \cdot \text{моль}^{-1} / (6,58 \cdot 10^{-6} \text{ дм}^3) = 6,09 \cdot 10^{23} \text{ атомов} \cdot \text{моль}^{-1}$$

ICHO 1998 Задача 18. (из сборника подготовительных задач)

1) Если обозначить начальную активность как I_0 (т.е. в каждом случае $7,0 \cdot 10^7$ Бк·мл⁻¹), а активность по истечению времени t , как I_t , то I_t можно выразить как $I_t = I_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$.

$$\text{Значения } \lambda \text{ для каждого из изотопов равны: } \lambda(^{71}\text{Zn}) = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,6931}{2,4 \text{ мин}} = 0,289 \text{ мин}^{-1}$$

$$\lambda(^{67}\text{Ga}) = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,6931}{78,25 \cdot 60 \text{ мин}} = 1,47 \cdot 10^{-4} \text{ мин}^{-1} \text{ и } \lambda(^{68}\text{Ge}) = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,6931}{287 \cdot 24 \cdot 60 \text{ мин}} = 1,68 \cdot 10^{-6} \text{ мин}^{-1}$$

Значения I_t до (а) и после (б) разбавления приведены в таблице:

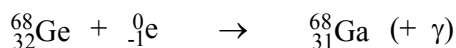
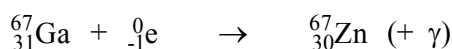
нуклид	а) I_t (Бк·мл ⁻¹)	б) I_t (Бк·мл ⁻¹)
⁷¹ Zn	$1,20 \cdot 10^4$	4,80
⁶⁷ Ga	$6,97 \cdot 10^7$	$2,79 \cdot 10^4$
⁶⁸ Ge	$7,00 \cdot 10^7$	$2,80 \cdot 10^4$

б). ⁷¹Zn has too short a half-life to remain active for long: after 30 minutes, almost all of the activity has ceased. The count rate, especially after dilution into the patient's blood volume, is too low to give a reliable measurement. Furthermore, such a short half-life means that the nuclide needs to be synthesized for each patient: it has negligible storage time!

⁶⁸Ge has the opposite problem: it's still almost as active after 30 minutes, and with a half-life of almost a year will remain active over a very long time. If the nuclide is retained within the patient, this means that the patient is being subjected to an unacceptably high dose of radiation over this period, with consequent dangers of cellular damage etc.

⁶⁷Ga has a lifetime which is sufficiently long for convenience, but sufficiently short that a reliable measurement (of blood volume) can be made using a comparatively small dose of radioactive material.

с).



d). i). The radiopharmaceutical initially contains $(1,025 \times 10^{-2} \text{ g} / 69,72 \text{ g mol}^{-1}) = 1,47 \times 10^{-4}$ moles Ga, and therefore contains $(1,47 \times 10^{-4} \times 5,0 \times 10^{-7}) = 7,35 \times 10^{-11}$ moles of ⁶⁷Ga (i.e. $4,43 \times 10^{13}$ atoms of this nuclide).

For radioactive decay, first-order kinetics gives

$$\text{Rate} = I_t = k n_t(^{67}\text{Ga}),$$

(where I_t is in Becquerels and $n_t(^{67}\text{Ga})$ is the number of atoms of ⁶⁷Ga present at time t),

and $k = \ln(2) / t_{1/2}$, where $t_{1/2} = 78,25 \text{ hr} = 2,817 \times 10^5 \text{ s}$.

Thus, $k = 2.461 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ and $I_0 = 1.09 \times 10^8 \text{ Bq}$ (in 100 mL at $t = 0$).

In the 1 mL dose at $t = 8 \text{ hr}$,

$$I_t = I_0 e^{-(t/t_{1/2})} \times V_{\text{dose}} / V_{\text{total}} = 1.09 \times 10^8 \text{ Bq} \times e^{-(8/78.25)} \times 1/100$$

$$I_t = 9.84 \times 10^5 \text{ Bq.}$$

ii). The residual activity of the 1 mL dose after a further hour would be

$$I_t = 9.84 \times 10^5 \text{ Bq} \times e^{-(1/78.25)} = 9.72 \times 10^5 \text{ Bq.}$$

Comparison of this activity, with that observed for the 1 mL blood sample, yields the dilution factor:

$$\text{Dilution factor} = 9.72 \times 10^5 / 105.6 = 9201.$$

The patient's blood volume is thus 9.20 litres.

ICHO 1998 Задача 2.

Часть 1. Установление времени исторических событий с помощью Pb-210.

1) На глубине 50 см активность равна радиоактивность Pb-210 в верхней части после 8 периодов полураспада: $356/2^8 = 1,39 \approx 1,4$. Следовательно со времени посадки деревьев прошло $8 \cdot 22,3 = 178$ лет. И следовательно деревья были посажены в $1995 - 178 = 1817 \pm 2$ году.

2) Правильный ответ: Ra-226 \rightarrow Rn-222

Часть 2. Разделение радиоизотопов для использования в медицине.

3)

A	B	C	D	оценка
4	1	2	3	3
3	1	2	4	2,5
4	2	1	3	2
3	2	1	4	1,5
Все остальные варианты				0

4)

A	Ni-57 может присутствовать в качестве примеси в Co-55;	нет
B	Co-57 будет мешать медицинскому применению Co-55;	да
C	Cu-67 будет мешать медицинскому применению Cu-64;	да
D	Ga-66 будет мешать медицинскому использованию Ga-67;	нет
E	Ga-67 будет мешать медицинскому использованию Cu-67.	нет

5)

A	удалить Ni-57 перед выделением Co-55;	да
B	отделить изотоп Ni-57 из материала облученной мишени, перед выделением Ga-67;	да
C	разделить радионуклиды ближе к окончанию бомбардировки;	да
D	дождаться распада Ni-57 и затем выделить Co-55.	нет

6)

A	Ga-67 будет получаться с увеличенным в 5 раз выходом;	нет
B	Ga-67 будет получаться с пониженным в 5 раз выходом;	да
C	Ga-67 будет получаться с меньшим выходом, а количество примесей Cu-64, Co-55, Ni-57 будет увеличиваться;	нет
D	Ga-67 будет получаться с меньшим выходом, а количество примесей Cu-64, Co-55, Ni-57 останется прежним.	да

ICHO 1999 Задача 3. *(из сборника подготовительных задач)*